

## OBROČNA VPLAČILA IN IZPLAČILA

Kot primer obročnih izplačil si bomo pogledali primer vračanja kredita. Dijaki že poznajo geometrijsko zaporedje in formulo za vsoto  $n$  členov geometrijskega zaporedja. Nalogo bomo rešili za kapitalizacijsko dobo enega leta najprej brez revalorizacije, nato pa še z revalorizacijo. Najprej bomo izračunali obrok, nato pa si bomo računsko in grafično pogledali, kako se manjša dolg.

Dijakom pokažemo obravnavani problem s pomočjo računalnika in z uporabo programa DERIVE.

Ukaze vnašamo neposredno ali s pomočjo datoteke OBREST3.DMO.

1. Kredit 1000 EUR, ki smo si ga težko priborili in nam ga je banka velikodušno dodelila, smo vzeli za 15 let po ugodni 10% letni obrestni meri.

2. Vnesemo enačbo za manjšanje dolga, kredita.

$$a \cdot r^n - x \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1},$$

kjer je  $r$  obrestovalni faktor in je enak  $1 + \frac{p}{100}$ ,  $p$  je letna obrestna mera,  $a$  je višina kredita,  $n$  čas v letih in  $x$  letni obrok.

$$D(a, r, n, x) := a \cdot r^n - x \cdot \left( \frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$$

Za naše podatke bo torej enačba:

$$D(1000, 1 + 10/100, 15, x)$$

Simplify: #2

Sedaj nas zanima, kakšen je letni obrok. Uporabimo

$$\text{Solve/Expression/Solve: #3}$$

in s klikom na `Approximate` dobimo rezultat  $x = 131.473$  SIT.

3. Ker nas zanima, koliko preplačamo dolg, uvedemo funkcijo RAZLIKA:

$$\text{RAZLIKA}(x, a, n) = nx - a$$

z ukazi

$$\text{RAZLIKA}(x, a, n) := nx - a$$

Uporabimo zgoraj dobljeni rezultat in vnesemo

$$\text{RAZLIKA}(131.473, 1000, 15)$$

Approximate/ #6

Dobljena razlika 972.095 SIT mogoča preseneča, toda takšni so danes krediti.

4. V naslednjih korakih izraz  $a \cdot r^n - x \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$  uporabimo kot funkcijo spremenljivke  $n$ , ostala parametre pa zamenjamo s podatki in definiramo novo funkcijo

$$Z(n) := D(1000, 1.1, n, 131.473)$$

5. Dijakom pokažemo, kako se dolg zmanjšuje tako, da izračunamo  $Z$  pri 1, 2, 3, 10, 13, 15:

$Z(1)$

$Z(2)$

...

$Z(15)$

$Z$  Approximate poiščemo numerično vrednost izrazov.

Approximate: #9

Approximate: #10

...

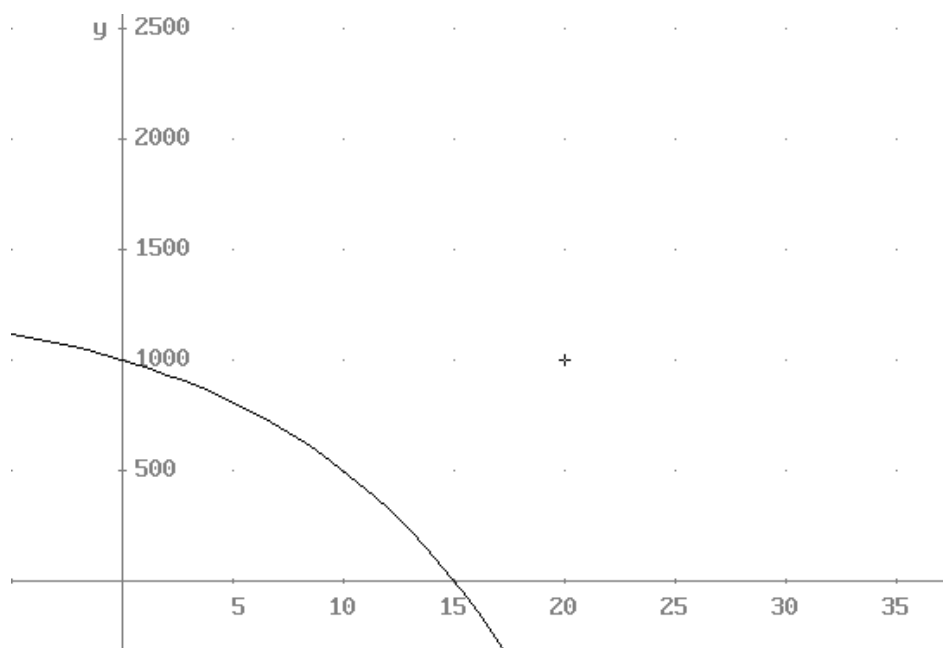
Approximate: #14

Dijaki morajo ugotoviti, da pojevanje ni linearno. O tem pa se prepričamo z grafom funkcije  $Z(n)$ :

$Z(n)$

Plot

Če želimo graf le v prvem kvadrantu, uporabimo ustrezne ukaze.



6. V prejšnjem primeru je bil prikazan obrok brez faktorja revalorizacije, katerega pa sedaj banke vsekakor ne pozabijo. Ponovimo zgornjo nalogo z letno revalorizacijo 9% in primerjajmo dobljene rezultate. Definirajmo funkcijo za manjšanje dolga z revalorizacijskim faktorjem 1.09

$$a \cdot r^n \cdot (1.09)^n - x \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1},$$

$$\text{ND}(a, r, n, l, x) := a \cdot r^n \cdot (1 + l/100)^n - x \cdot ((r^n - 1) / (r - 1))$$

Nas zanima funkcija pri  $a = 1000$ ,  $n = 15$ ,  $r = 1.1$  in  $l = 9$ .

`ND(1000, 1.1, 15, 9, x)`

`Simplify: #23`

`Solve/Expression/Solve: #24`

S klikom na `Approximate` dobimo rezultat  $x = 478.890$  EUR. Omenimo še razliko, ki je sedaj 6183.35 EUR.

`RAZLIKA(478.890, 1000, 15)`

`Approximate/ #26`

Pa še vzemite kredit, če si upate.

`OBREST3.DMO:`

`D(a, r, n, x) := a * r^n - x * ((r^n - 1) / (r - 1))`

`D(1000, 1 + 10/100, 15)`

`;Simp(#2)`  
`4177.24 - 31.7724 * x`

`;Solve(#3)`  
`x = 131.473`

`RAZLIKA(x, a, n) := n * x - a`

`RAZLIKA(131.473, 1000, 15)`

`;Approx(#6)`  
`972.095`

`Z(n) := D(1000, 1.1, n, 131.473)`

`Z(1)`

`Z(2)`

`Z(3)`

`Z(10)`

`Z(13)`

Z(15)

;Approx(#9)  
968.527

;Approx(#10)  
933.906

;Approx(#11)  
895.824

;Approx(#12)  
498.401

;Approx(#13)  
228.197

;Approx(#14)  
0.0246457

Z(n)

$ND(a, r, n, l, x) := a * r^n * (1 + l/100)^{n-x} * ((r^n - 1) / (r - 1))$

ND(1000, 1.1, 15, 9, x)

;Simp(#23)  
15215.5 - 31.7724 \* x

;Solve(#24)  
x = 478.890

RAZLIKA(478.89, 1000, 15)

;Approx(#26)  
6183.35