

GEOMETRIČNI POMEN DRUGEGA ODVODA

Funkcija $f(x)$ naj bo dvakrat odvedljiva na intervalu I . Dijakom razložimo, kdaj je funkcija konveksna oz. konkavna. Povemo tudi, kaj je prevoj.

Pri proučevanju zvez med grafom funkcije in njenim drugim odvodom si lahko pomagamo s polinomom

$$p(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{4} + x + \frac{19}{40}.$$

Graf polinoma narišemo z ukazi:

$$x^5/10-x^4/8-x^3/2+x^2/4+x+19/40$$

Plot

S pomočjo slike približno določimo intervale, na katerih je funkcija konveksna (konkavna). Posebno pozornost posvetimo lokalnim ekstremom. Dijaki bodo zlahka prišli do spoznanja, da je v okolici maksimuma funkcija konkavna, torej je drugi odvod negativen, v okolici minimuma pa konveksna, drugi odvod je tam pozitiven.

Ali smo pravilno skleпали? Naša sklepanja preverimo še na konkretnem primeru. Pri tem poudarimo, da s konkretnim primerom ne moremo nobene trditve dokazati, na tak način lahko samo ovržemo napačne sklepe.

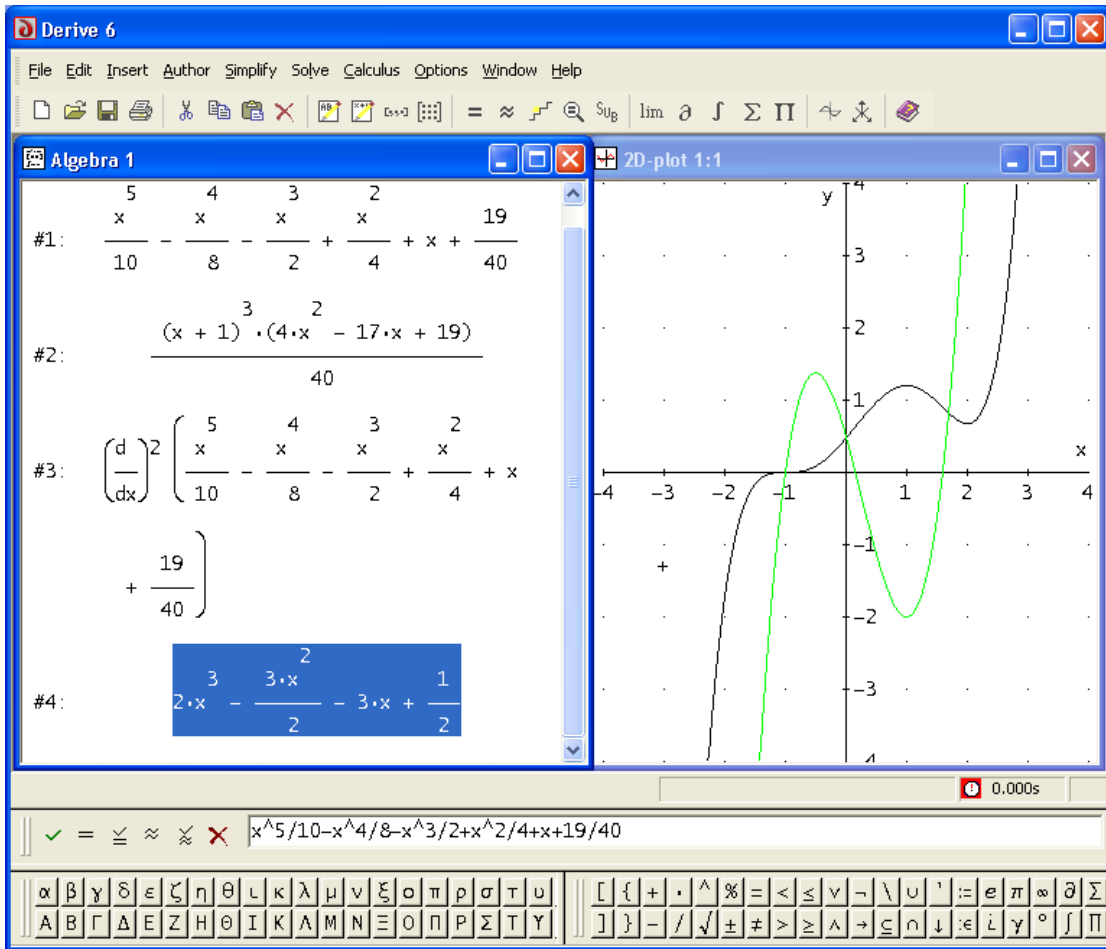
S pomočjo računalnika narišemo še graf drugega odvoda :

Algebra

Calculus/Differentiate : #1, x, 2

Simplify

Plot



Primerjamo graf prvotne funkcije in graf drugega odvoda. Lepo se vidi, da je funkcija konveksna tam, kjer je drugi odvod pozitiven, konkavna pa tam, kjer je drugi odvod negativen.

Spomnimo jih, da smo isti polinom proučevali že pri določanju ekstremov funkcije. Takrat smo ugotovili, da ima funkcija v točki, kjer je prvi odvod enak 0, lahko lokalni minimum, lokalni maksimum ali prevoj. Kdaj je stacionarna točka lokalni minimum (maksimum) in kdaj prevoj?

Najbrž pa bodo tu sklepali, da je v stacionarni točki prevoj, če je drugi odvod enak 0. Zato pa narišemo še graf funkcije $y = x^4$, ter graf drugega odvoda. Takoj se prepričajo, da to ne drži vedno.