

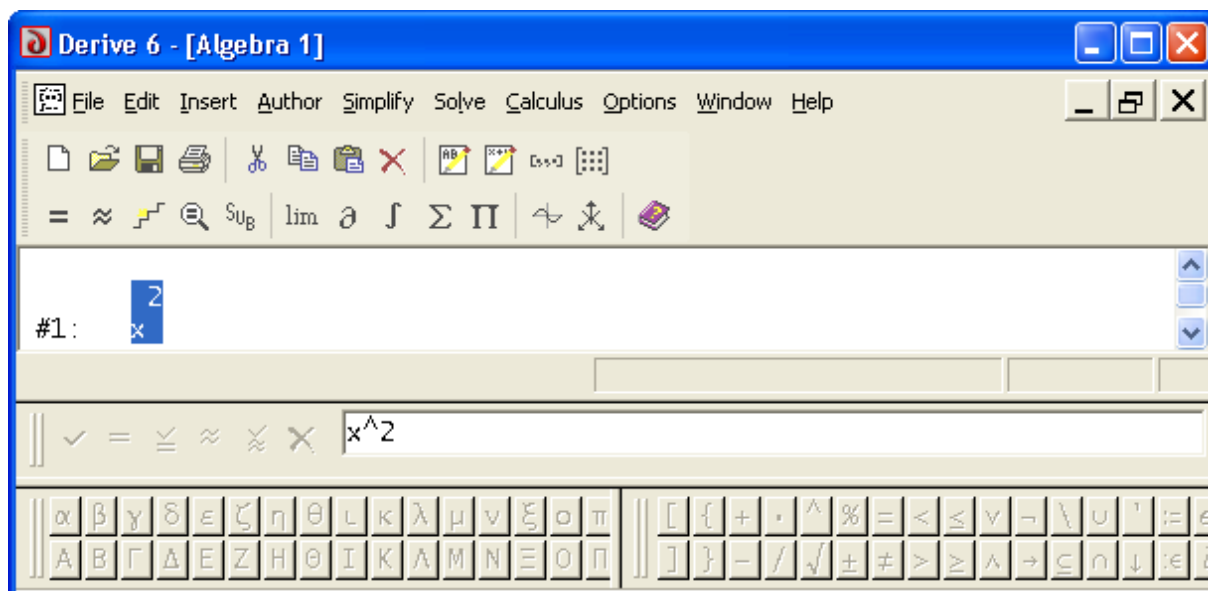
## ODVOD KOMPOZITUMA DVEH FUNKCIJ

Sedaj že poznamo pravila za odvode naslednjih funkcij

funkcija	odvod
$x^n$	$n x^{n-1}$
$\ln(x)$	$1/x$
$a^x$	$a^x \ln(a)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$

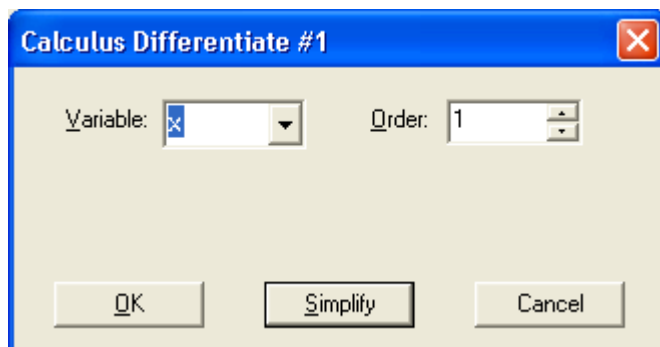
Poznamo tudi pojem kompozituma dveh funkcij in vemo, da kompozitum funkcije  $g$  s funkcijo  $f$  zapišemo kot  $g(f(x))$ . Če npr. naredimo kompozitum funkcije  $g(x) = \sin(x)$  in  $f(x) = x^2$ , dobimo  $g(f(x)) = \sin(x^2)$ . Seveda bi lahko vlogo funkcij obrnili in dobili  $f(g(x)) = (\sin(x))^2$ . Ogleдали si bomo, kako odvajamo funkcije oblike  $g(f(x))$ . Pri tem bomo uporabljali program *DERIVE* in spodaj opisani postopek.

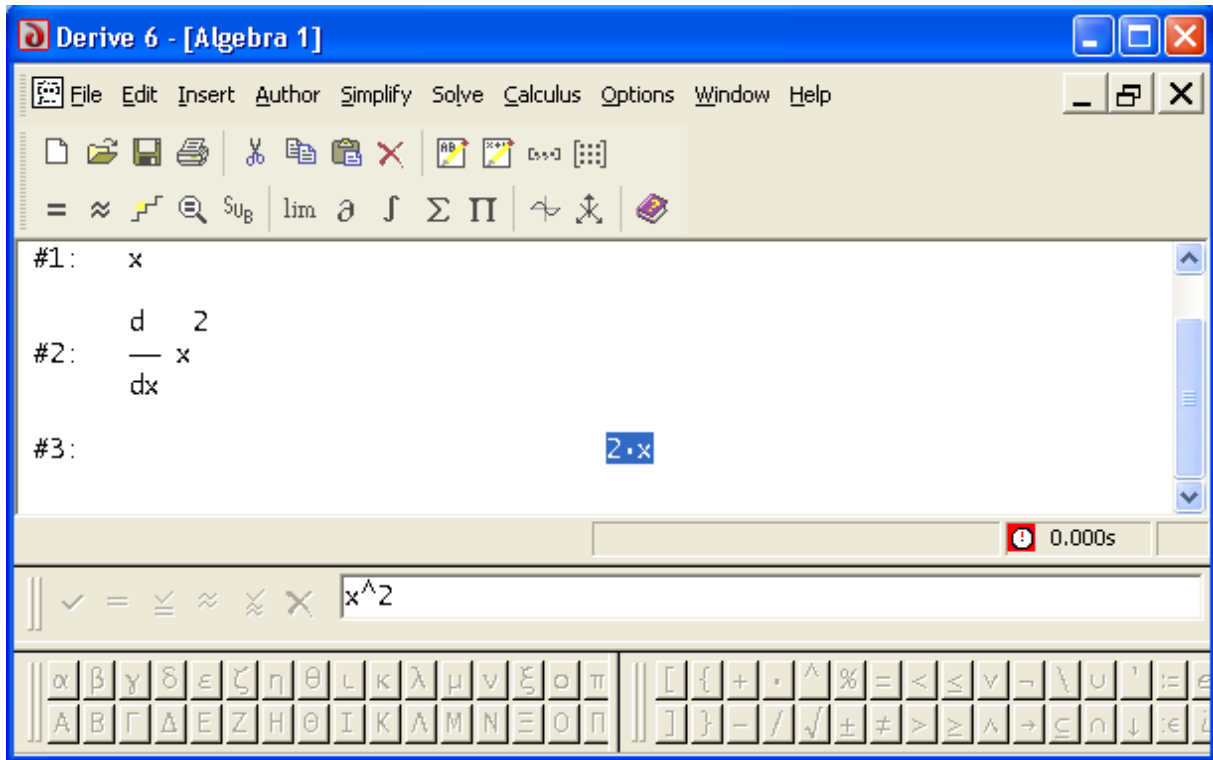
1. Vnesite izraz, kot je naveden v prvem in tretjem stolpcu.



2. Poiščite odvod te funkcije:

İ





V tabeli 1 je zapisanih več funkcij, ki so vse oblike

$$\sin(f(x))$$

Če je  $y = \sin(x)$ , je  $y' =$  \_\_\_\_\_. S pomočjo programa *DERIVE* izpolnite tabelo:

$y =$	$y' =$	$y =$	$y' =$
$x - 2$		$\sin(x - 2)$	
$3x$		$\sin(3x)$	
$3x - 4$		$\sin(3x - 4)$	
$3^x$		$\sin(3^x)$	
$x^2$		$\sin(x^2)$	
$x^3 - 5x + 7$		$\sin(x^3 - 5x + 7)$	
$x^7 - 7$		$\sin(x^7 - 7)$	

Ali znate napisati splošen obrazec za odvod funkcije  $\sin(f(x))$  ?

$$(\sin(f(x)))' = \underline{\hspace{10em}}$$

Sedaj bomo funkcije komponirali s funkcijo cosinus, s tem, da bo cosinus "zunanja" funkcija. Vse funkcije bodo torej oblike  $\cos(f(x))$ . Če je  $y = \cos(x)$ , je  $y' =$  \_\_\_\_\_.

Ker je primer zelo podoben prejšnjemu, izpolnite tabelo brez uporabe programa *DERIVE* in si z računalnikom pomagajte le pri preverjanju rezultatov.

$y =$	$y' =$	$y =$	$y' =$
$x - 2$		$\cos(x - 2)$	
$3x$		$\cos(3x)$	
$3x - 4$		$\cos(3x - 4)$	
$3^x$		$\cos(3^x)$	
$x^3 - 5x + 7$		$\cos(x^3 - 5x + 7)$	
$x^7 - 7$		$\cos(x^7 - 7)$	

Zapišite splošen obrazec za odvod funkcije  $\cos(f(x))$ .

$$(\cos(f(x)))' = \underline{\hspace{10cm}}$$

V naslednji tabeli je zapisanih več funkcij, ki so vse oblike  $(f(x))^n$ . Odvod potenčne funkcije  $x^n$  je \_\_\_\_\_.

Izpolnite tabelo:

$y =$	$y' =$	$y =$	$y' =$
$x - 2$		$(x - 2)^n$	
$3x$		$(3x)^n$	
$3x - 4$		$(3x - 4)^n$	
$3^x$		$(3^x)^n$	
$5^x$		$(5^x)^n$	
$\cos(x)$		$(\cos(x))^n$	
$\sin(x)$		$(\sin(x))^n$	
$x^2 - 1$		$(x^2 - 1)^n$	
$x^3 - 5x + 7$		$(x^3 - 5x + 7)^n$	
$x^7 - 7$		$(x^7 - 7)^n$	

Napišite splošen obrazec za odvod  $(f(x))^n$ ?

$$((f(x))^n)' = \underline{\hspace{10cm}}$$

Kaj pa če funkcije kvadriramo (torej komponiramo s kvadratno funkcijo)? Takrat so oblike  $(f(x))^2$ . S pomočjo opisanega postopka poiščite odvode tako zgrajenih kompozitumov. Poskusite vnaprej "napovedati", kakšen bo odvod posameznega kompozituma in šele potem svoj rezultat preverite s programom *DERIVE*.

Spomnimo se, odvod funkcije  $y = x^2$  je  $y' = \underline{\hspace{10cm}}$

$y =$	$y' =$	$y =$	$y' = \text{/napoved/}$	$y' = \text{/DERIVE/}$
$x - 2$		$(x - 2)^2$		
$3x$		$(3x)^2$		
$3x - 4$		$(3x - 4)^2$		
$3^x$		$(3^x)^2$		
$5^x$		$(5^x)^2$		
$\cos(x)$		$(\cos(x))^2$		
$\sin(x)$		$(\sin(x))^2$		
$x^2$		$(x^2)^2$		
$x^3 - 5x + 7$		$(x^3 - 5x + 7)^2$		
$x^7 - 7$		$(x^7 - 7)^2$		

Morda se rezultati, ki jih dobite, ne bodo povsem ujekali s tistimi, ki jih bo izračunal program. Takrat poskusite pokazati, da sta rezultata enaka, tako da svoj rezultat vnesete v program in ga poenostavite.

Ali znate napisati splošni obrazec za odvod  $(f(x))^2$ ?

$$(f(x)^2)' = \underline{\hspace{5cm}}$$

Glede na ugotovitve prejšnjih štirih nalog poskusite poiskati splošno pravilo za odvod kompozituma dveh funkcij  $(g(f(x)))'$ . Zapišite pravilo z besedami

---



---



---



---



---

Zapišite pravilo še simbolično:  $\underline{\hspace{15cm}}$

S pomočjo poiskanega pravila izračunajte naslednje odvode “peš” in jih nato preverite s pomočjo programa *DERIVE*.

$y =$	$y' = \text{/napoved/}$	$y' = \text{/DERIVE/}$
$(x - 2)^7$		
$(5 + x^5)^3$		
$(3x^3 - 4)^2$		
$\sin(3^x)$		
$\cos(x^2 - 2x + 1)$		

$\ln(\cos(x))$		
$\sin(\cos(x))$		
$(x^3 - 5x^2 + 7x)^{(m-1)}$		
$(2x^4 - 9x^2 + 7)^n$		
$\cos(x^7)$		

Morda se rezultati, ki jih dobite, ne bodo povsem ujemali s tistimi, ki jih bo izračunal program. Takrat poskusite pokazati, da sta rezultata enaka, tako da svoj rezultat vnesete v program in ga poenostavite.

Sedaj poskusite še z malo bolj zapletenimi izrazi, ko komponiramo tri funkcije. Kakšno bo pravilo za odvod kompozituma treh funkcij  $(f(g(h(x))))'$ . Pomagajte si tako, da si  $(f(g(h(x))))$  mislite kot  $(f(w(x)))$ , kjer je  $w(x) = g(h(x))$ . Zapišite pravilo z besedami

---



---



---



---



---

Zapišite pravilo še simbolično: \_\_\_\_\_

S pomočjo poiskanega pravila izračunajte naslednje odvode "peš" in jih nato preverite s pomočjo programa *DERIVE*.

$y =$	$y' =$ /napoved/	$y' =$ /DERIVE/
$\sin(\cos(\sin(x)))$		
$\cos(\ln(x^2))$		
$\ln((x^3-1)^2)$		
$\cos((x-2)^2)$		
$\sin((5 + \cos(x))^2)$		
$(\cos(3x^3 - 4))^2$		
$(\sin((3^x)))^3$		
$\cos(\sin(x^2-2x+1))$		
$\ln(\cos(x^2))$		