

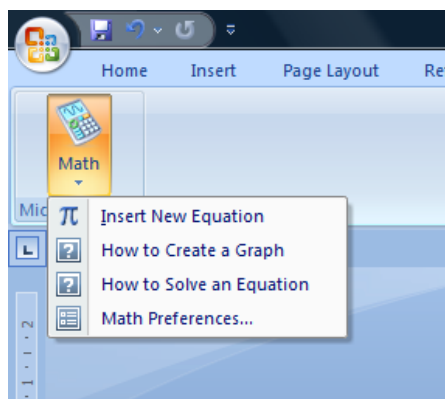
# Ploščina likov med grafi funkcije in abscisno osjo

---

V tem sestavku si bomo pogledali, kako si lahko z računalnikom pomagamo pri računanju ploščin likov, ki jih omejuje dana funkcija ter abscisna os, in iskanju ekstremov. Kot orodje bomo uporabili dodatek programu Word 2007 in sicer Microsoft Math Add-in.

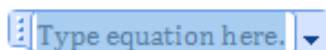
Izbrana funkcija naj bo polinom  $p(x) = -2x^3 + 14x + 12$ .

Pomagajmo si dodatkom Microsoft Word Add-in. Kliknemo na Add-Ins/Math, kliknemo na ikono in izberemo Insert New Equation:



**Slika 1: Izbira Insert New Equation**

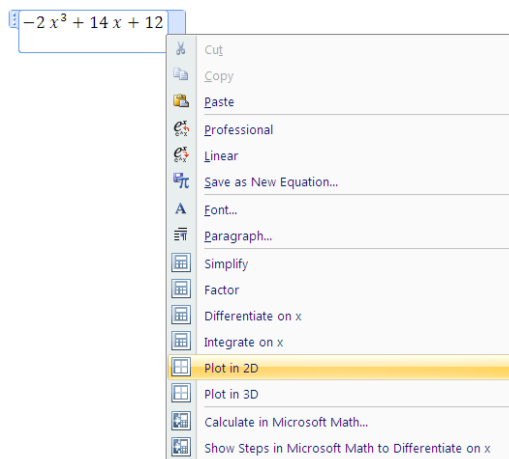
ali pa  $\text{Alt}=\text{}$  (Alt + Shift + tipka 0). Dobimo okence, kamor vnesemo izraz



**Slika 2: Vnos izraza**

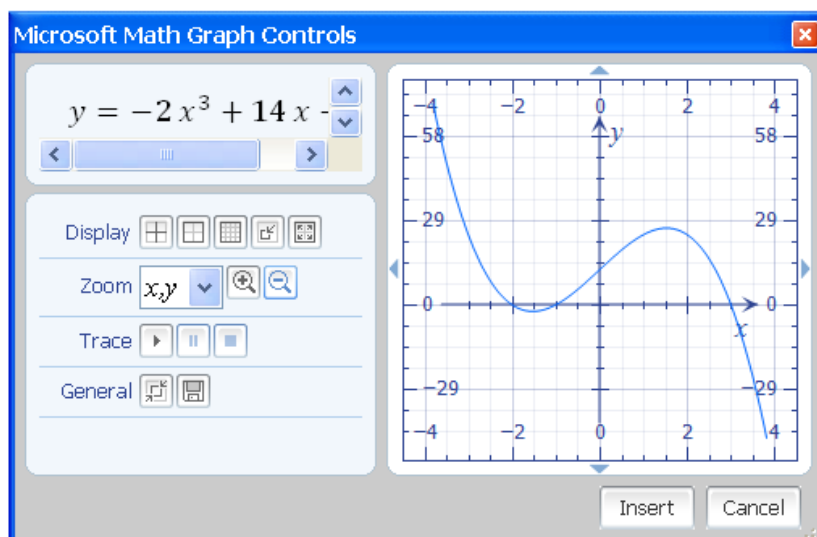
$$-2x^3 + 14x + 12$$

Desno kliknemo na izraz



Slika 3: Risanje grafa

in izberemo Plot in 2D. Dobimo graf.



Slika 4: Graf

Iz grafa vidimo, da so ničle blizu -2, -1 in 3. Preverite ali so to res ničle polinoma tako, da izračunate vrednosti  $p(-2)$ ,  $p(-1)$  in  $p(3)$ . Npr.

$$p(-2) = -2(-2)^3 + 14(-2) + 12,$$

desno kliknite in izberite Calculate. Preverite ali dobite 0 ali ne.

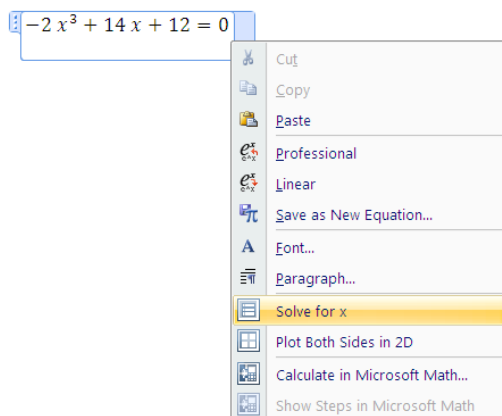
Podobno izračunajte  $p(-1)$  in  $p(3)$ .

Ali so -2, -1 in 3 res ničle polinoma  $p(x) = -2x^3 + 14x + 12$ ?

Ničle lahko izračunamo tudi s pomočjo ukaza `Solve for x`. Rešujemo enačbo

$$-2x^3 + 14x + 12 = 0.$$

Desno kliknemo



**Slika 5: Reševanje enačbe**

in izberemo `Solve for x`. Dobimo

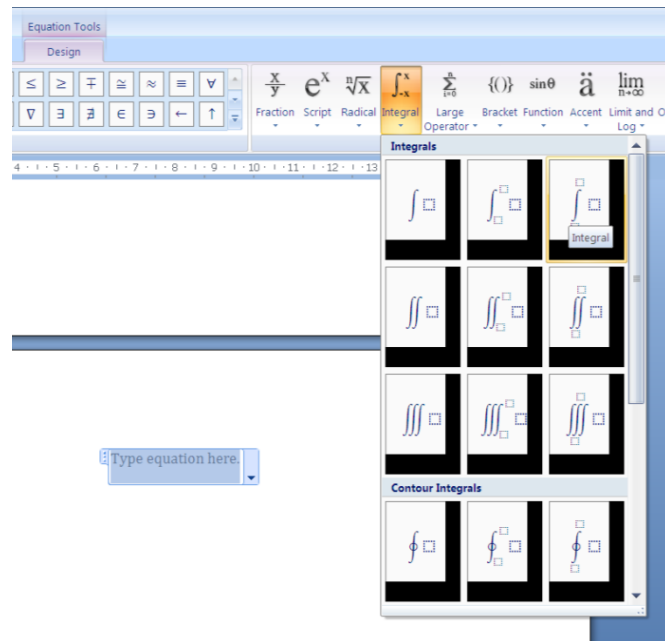
$$x = \frac{2\sqrt{21} \cos\left(\frac{\cos^{-1}\left(\frac{9\sqrt{21}}{49}\right)}{3}\right)}{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt{21} \cos\left(\frac{\cos^{-1}\left(\frac{9\sqrt{21}}{49}\right) + 2\pi}{3}\right)}{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt{21} \cos\left(\frac{\cos^{-1}\left(\frac{9\sqrt{21}}{49}\right) + 4\pi}{3}\right)}{3}$$

Desno kliknemo in izberemo `Professional`, znova desno kliknemo in izberemo `Break into Seperate Equations`. V prvi enakosti zberemo `x=`, desno kliknemo in izberemo `Calculate`. Ali je ta `x` enak, kateri od že prej izračunanih ničel? Podobno preveri ali se tudi druga dva `x`-sa ujemata z prej izračunanima ničloma.

Potem, ko smo izračunali ničle (ki so res enake -2, -1 in 3), lahko izračunamo ploščini obeh likov, ki ga omejuje graf funkcije in abscisna os, s pomočjo določenega integrala:



Slika 6: Integral

Ploščina lika pod abscisno osjo je enaka

$$- \int_{-2}^{-1} -2x^3 + 14x + 12 \, dx.$$

Desno kliknite in jo s pomočjo ukaza Simplify izračunajte.

Podobno izračunajte ploščino lika nad abscisno osjo, ki je enaka

$$\int_{-1}^3 -2x^3 + 14x + 12 \, dx .$$

### Naloga:

1. Ničle polinoma  $p(x) = -2x^3 + 14x + 12$  sedaj že poznamo. Znova utemeljite, da so res ničle s pomočjo naslednjih standardnih postopkov.

- S pomočjo analize celoštevilskih oz. racionalnih ničel in Hornerjevega algoritma.

- 
- 
- S pomočjo razstavljanja polinoma.

---

---

**2.** Sedaj, ko že poznate ploščini, ju izračunajte še tako, da »na roke« izračunate omenjena integrala.

**3.** Ponovite vso zgodbo še za polinom  $p(x) = 3x^4 + 6x^3 - 21x^2 - 24x + 36$ .